

## ЗАСТОСУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ ОПИСУ РОСТУ ВЕЛИКОЇ РОГАТОЇ ХУДОБИ

**В. П. ДЕМ'ЯНЧУК**, доктор біологічних наук  
Український науково-дослідний інститут розведення  
і штучного осіменіння великої рогатої худоби

**В. В. ДЕМ'ЯНЧУК**  
Українська сільськогосподарська академія

Вивчення росту великої рогатої худоби має велике значення для селекції тварин за рядом господарсько біологічних ознак і насамперед за скороспілістю. Ріст організму — це складний процес, в якому відмічаються наслідки реалізації спадкової програми та обміну речовин, темпи і кількісні характеристики розмноження клітин, збільшення їх розмірів, результати процесів диференціації та утворення форм, відкладення певних речовин тощо. Ріст організму тварин вивчають за показниками змін живої ваги, лінійних та об'ємних розмірів тіла. Для досліджень росту тварин актуальним є математичний опис, що дає змогу встановити і порівняти абсолютну та відносну (питому) швидкості у зв'язку з віком, породою, кросами, умовами вирощування та утримання й акліматизацією. Математичні рівняння, що використовуються для цього, повинні максимально характеризувати ріст тварин за допомогою відомих величин та параметрів; пояснювати головні риси й особливості явища, що є наслідком взаємодії ряду функцій організму. Відповідно до цього апарат рівнянь включає величини, здатні відображати біологічну специфіку росту. Математичні рівняння, що описують ріст тварин, умовно можна поділити на дві групи.

Перша група описує взаємозв'язки віку та живої ваги, віку та розмірів тіла, друга — росту і енергетичного обміну.

Рівняння першої групи характеризують типи росту тварин і тому називаються ростовими моделями. Рівняння другої групи називаються метаболічними, або балансовими. Більшість з них ґрунтується на першому началі термодинаміки, дещо менше — на другому началі. Рівняння типу ростових моделей з'явилися у 20—30-х роках ХХ ст., а метаболічні — 40—50-х роках.

Метою наших досліджень було визначити придатність окремих нелінійних рівнянь для опису взаємозв'язку віку та живої ваги корів; відібрати з апробованих нелінійних рівнянь найбільш придатні для прогнозування змін живої ваги телиць та корів у дослідах і в умовах виробництва.

З великої кількості нелінійних рівнянь, запропонованих різними авторами для опису росту тварин, для апробації ми відібрали три з них. Це моделі росту, опрацьовані С. Броді (1945), Л. Берталанфі (1960) та Ф. Річардсом (1959). На нашу думку, ці рівняння слід розглянути детально. Ростові моделі ґрунтуються на лінійному рівнянні:

$$y = a + bx.$$

При використанні його для опису росту тварин воно перетворюється у нелінійне рівняння, що розв'язують методами елементарної математики. Рівняння росту тварин, запропоноване С. Броді, має вигляд:

$$W = A - Be^{-kt}, \quad (1)$$

де  $W$  — жива вага у віці  $t$ , кг;  $A$  — середня величина зрілої живої ваги для даної групи тварин, кг;  $B$  — найбільша середня жива вага, властива певній частині тварин цієї групи; величина  $B$  вважається сталою;  $e$  — основа натуральних логарифмів, що дорівнює 2,71828183;  $t$  — вік тварин, місяці;  $k$  — питома швидкість росту тварин для певного часу, яку визначають за формулою:

$$\frac{dW/dt}{W}$$

Питому швидкість росту запропонували в 1927 р. визначати І. І. Шмальгаузен і С. Броді за формулою, що пізніше стала називатись за їх прізвищами. Питома швидкість росту ( $K$ ) являє собою відносну величину приросту одиниці живої ваги за одиницю часу.

У рівнянні С. Броді (1) вік беруть у місяцях і рахують від моменту запліднення. У постнатальному періоді вік треба збільшувати відповідно на час тільності. На цю особливість при використанні рівняння необхідно звертати увагу. Останнім часом це рівняння в зоотехнії стали застосовувати з деякими змінами  $W = A(1 - Be^{-kt})$  (2). В ньому вік ( $t$ ) рахують від народження тварини. Величину  $B$  визначають для кожного рівняння окремо з урахуванням виду та віку тварин, типу їх росту і будови кривих росту. Кількісне визначення проводять за методом Гаусса, що описаний у математиці, та теорії ймовірності. При розрахунках у рівняннях  $B$  вважають величиною сталою. Наприклад, для джерсейських корів значення  $B$  і  $K$ , за Д. Брауном, Г. Фітцухом і Т. Кертрайтом (1976) такі: для рівняння Л. Берталанфі  $B = 0,56$ ,  $K = 0,064$ ; для рівняння Ф. Річардса  $B = 0,70$ ,  $K = 0,058$  і для рівняння С. Броді (2)  $B = 0,97$ ,  $K = 0,044$ .

Наведені дані показують, що при збільшенні величини  $B$  дещо зменшується значення  $K$ . В як скалярна величина у кожному рівнянні має певне значення. Лише у рівнянні С. Броді (1) за  $B$  беруть живу вагу тварин у віці 60 місяців. Тому цією ростовою моделлю зручно користуватись, оскільки не потрібні додаткові визначення.

Рівняння Л. Берталанфі має такий вигляд:

$$W = A(1 - Be^{-kt})^3. \quad (3)$$

Значення  $B$  для різних видів ссавців знаходиться у межах  $1 > B > 1/3$ . Наприклад, для герефордських корів — 0,50, для молочних порід — 0,56.

Рівняння росту, запропоноване Ф. Річардсом (1959), має такий вигляд:

$$W = A(1 - Be^{-kt})^M. \quad (4)$$



Значення  $B$  у цьому рівнянні для корів різних порід змінюється у межах 0,70—0,87,  $M$  (ступінь) — 2,33—3,32.

При підборі ростових моделей використані ті з них, що мають схожі величини. У другому рівнянні двочлен  $(1 - Be^{-kt})$  знаходиться у першому степені, у третьому — в третьому, а у четвертому — у степені 2,33—3,32.

З методичною метою наводимо послідовно обчислювальні операції щодо розв'язання одного прикладу за допомогою різних рівнянь. Насамперед потрібно звернути увагу на визначення показника  $A$  — зрілої живої ваги. Визначення ступеня зрілості теоретично обгрунтував С. Броді (1945). Одночасно він запропонував математичний апарат визначення. Наприклад, при народженні ступінь зрілості живої ваги теляти 0,07, у 6-місячному віці — 0,36, у річному віці — 0,43, у 18-місячному — 0,66, а у віці 42—60 місяців — 1,00. Тому мінімальним віком для визначення зрілої живої ваги ( $A$ ) для корів вважається 42 місяці, а для бугаїв — 60 місяців. Зрілу живу вагу корів краще визначати у 60 місяців. Мінімальна кількість тварин — 30 голів, максимальна — близько 300 голів. Величину  $A$  у всіх рівняннях визначають однаково.

Другою такою величиною є  $K$  — питома швидкість росту. За формулою Шмальгаузена — Броді

$$K = \frac{\ln W_2 - \ln W_1}{t_2 - t_1} = \frac{\lg W_2 - \lg W_1}{(t_2 - t_1) \cdot 0,43429}$$

При визначенні  $K$  переходять від натуральних логарифмів до десяткових. У знаменнику з'являється число 0,43429, що є десятковим логарифмом основи натуральних логарифмів. За величину  $W_2$  необхідно брати  $A$  — зрілу живу вагу, а за величину  $W_1$  — живу вагу при народженні. Наприклад:

$$K = \frac{\lg 550 - \lg 30}{(60 - 0) \cdot 0,43429} = \frac{1,2633}{26,058} = 0,0484.$$

Чим більше значення  $K$ , тим раніше тварини досягають зрілої живої ваги. Наприклад, у таких видів травоядних, як кролиць, питома швидкість росту ( $K$ ) дорівнює 0,153, вівцематок м'ясо-вовнових порід — 0,136 і кобил важковозних порід — 0,082.

Для з'ясування техніки розрахунків наводимо приклад, розв'язаний за різними ростовими моделями.

1. Рівняння С. Броді  $W = A - Be^{-kt}$ . (1)  
Корови герефордської породи  $A = 508$  кг;  $B = 750$  кг;  $K = 0,049$ ;  $t = 69,5$ , вік — 60 місяців. Рішення  $Be^{-kt} = 25$  кг;  $W = 508 - 25 = 483$  кг.

2. Рівняння С. Броді  $W = A(1 - Be^{-kt})$ . (2)  
Рішення:  $W = 508(1,0 - 0,96 \cdot 2,71828^{-2,94}) = 482,6$  кг. Різниця між результатами становить 0,4 кг.

3. Рівняння Л. Берталанфі  $W = A(1 - Be^{-kt})^3$ . (3)  
Рішення:  $Be^{-kt} = 0,009985$ ;  $W = 508(1 - 0,009985)^3 = 508 \cdot 0,97 = 492$  кг.

$$4. \text{Рівняння } \Phi. \text{Річардса } W = A(1 - Be^{-kt})^M. \quad (4)$$

Показники:  $A=508 \text{ кг}$ ;  $B=0,79$ ;  $K=0,052$ ;  $M=2,33$ ;  $t=60$  місяців.

Рішення:  $Be^{-kt} = 0,035$ ;

$$W = 508(1 - 0,035)^{2,33} = 508 \cdot 0,909 = 465 \text{ кг.}$$

Вказані розрахунки свідчать, що рішення рівнянь складається із схожих математичних операцій. Відхилення величин, одержаних у розрахунках, від фактичних за С. Броді (1) становили 8%, за С. Броді (2), Л. Берталанфі (3) і Ф. Річардсом (4) — 9%. Відхилення розрахованих величин від величини  $A$  — зрілої живої ваги корів — не перевищували 5—9%. При використанні ростових моделей для опису взаємозв'язку вік — жива вага особливого значення набуває визначення генеральної середньої величини  $A$ .

**Результати досліджень.** Відповідно до мети дослідження відібрали первинні матеріали, що вважаються загальнодоступними і досить надійними. По голштино-фризькій породі молочного типу до 1960 р. використали матеріали С. Броді (1945). Вік тварин та їх жива вага наведені від народження до восьми років. У таблиці 1 використано 6107 дат, у середньому по 62 в кожній віковій категорії. В таблиці 2 використані зведені дані, що характеризують ріст корів герефордської породи (С. Броді, 1945; Д. Л. Левантін, 1961; С. Я. Дудін, А. І. Храпковский, 1976). Обидві ці породи тепер широко використовують у господарствах України. В таблицях 1—2 жива вага тварин наведена в цілих цифрах, заокруглених з точністю до 1 кг.

Порівняння наведених даних свідчить, що відхилення розрахункових величин від фактичних порівняно невеликі, якщо вони визначені за рівняннями С. Броді та Л. Берталанфі. Такі результати можна вважати задовільними. Величини, одержані за рівнянням Ф. Річардса, менш збігаються з фактичними до 12-місячного віку.

С. Броді (1945) виділив дві фази росту сільськогосподарських тварин: перша — самоприскорення, що у великої рогатої худоби

1. Опис взаємозв'язку вік — жива вага у корів голштино-фризької породи ( $A=550 \text{ кг}$ )

Вік, місяці	Жива вага, кг	Жива вага за рівняннями			Вік, місяці	Жива вага, кг	Жива вага за рівняннями		
		С. Броді	Л. Бергаланфі	Ф. Річардса			С. Броді	Л. Бергаланфі	Ф. Річардса
При народженні	41	—	—	—	27	522	400	473	449
3	88	101	103	46	30	509	422	490	471
6	161	154	165	106	33	513	436	503	490
9	231	206	232	171	36	529	450	515	501
12	287	251	292	236	48	559	493	538	534
15	339	289	344	293	60	604	514	546	542
18	384	320	388	342	72	598	532	549	549
21	432	352	423	386	84	636	540	550	549
24	485	378	451	422	96	620	544	550	550



2. Опис взаємозв'язку вік — жива вага у корів герефордської породи ( $A=508$  кг)

Вік, місяці	Жива вага, кг	Жива вага за рівнянням			Вік, місяці	Жива вага, кг	Жива вага за рівнянням		
		С. Броді	Л. Бергаланфі	Ф. Річардса			С. Броді	Л. Бергаланфі	Ф. Річардса
При народженні	28	—	—	—	27	467	384	371	300
3	90	100	100	38	30	462	400	391	327
6	158	157	175	70	33	502	414	407	355
9	210	206	182	105	36	515	427	422	375
12	255	246	224	136	48	500	463	457	433
15	288	282	259	176	60	522	483	492	462
18	374	314	289	213	72	530	492	481	483
21	420	341	321	250	84	540	500	485	495
24	421	363	355	275	96	550	504	487	500

триває до 2-річного віку, друга — самогальмування, що спостерігається потім.

Було висловлено припущення про те, що у фазі самоприскорення криву росту тварин можна описувати за рівнянням:  $W=A \cdot e^{kt}$ . Такий стан можливий тоді, коли величина  $A$  дорівнює величині  $W_0$  (жива вага при  $t=0$ , тобто при народженні). Для опису росту телиць ця формула, на нашу думку, мало придатна. В цьому легко переконатись, зробивши декілька рішень.

Рівняння Ф. Річардса розраховано на порівняно коротку за тривалістю першу фазу росту та подовжену другу фазу.

Аналіз наведених матеріалів (див. таблицю 2) у загальних рисах схожий з попереднім. За рівнянням С. Броді і Л. Бергаланфі одержані задовільні результати, що наближаються до фактичних.

Рівняння Ф. Річардса в цьому випадку придатне для опису тварин, що закінчили ріст (п'ять-вісім років). Застосування нелінійних рівнянь для опису росту корів має певні позитивні особливості, оскільки за ними можна досить надійно передбачити прирости і зміни живої ваги у певному віці, особливо тоді, коли часто зважувати тварин немає потреби.

С. Броді (1945) застосував нелінійні рівняння не лише для опису росту сільськогосподарських тварин та аналізу взаємозв'язків типу вік — жива вага, вік — розміри тіла. Елементи цих рівнянь, зріла жива вага ( $A$ ) і питома швидкість росту ( $K$ ), використані для визначення «фізіологічного» еквівалента віку тварин різних видів і порівняння ступеня їх зрілості. Останнє має велике практичне значення для оцінки ефективності кросів за скороспілістю (статевою та м'ясною) у зв'язку із селекцією. Питання росту тварин, зокрема розробка та удосконалення апарата математичного опису змін живої ваги з віком та віку і розмірами тіла мають особливу актуальність для ведення племінної роботи.

## ВИСНОВКИ

1. Застосування нелінійних рівнянь для опису взаємозв'язку між віком та живою вагою і кривих росту корів спеціалізованих молочних та м'ясних порід дає змогу одержати задовільні результати, що можна використати для прогнозів приростів у телиць й молодих корів в умовах дослідів та практики. Для цього найбільш придатні нелінійні рівняння, запропоновані С. Броді та Л. Берта-ланфі.

2. На основі використання нелінійних рівнянь, ростових моделей, істотно розширюються можливості математичного аналізу матеріалів росту великої рогатої худоби, що істотно доповнює статистичні методи.

## ЛІТЕРАТУРА

Дудин С. Я., Храпковский А. И. Герефордская порода.— В кн.: Импортный скот в СССР. М., «Колос», 1976.

Левантин Д. Л. Герефордская порода.— В кн.: Скотоводство, том I. М., Сельхозиздат, 1961.

Шмальгаузен И. И. Определение основных понятий и методика исследования роста.— В кн.: Рост животных. М., Биомедгиз, 1935.

Brown J. E., Fitzhugh H. A. and Cartwright T. C. A comparison of nonlinear models for describing weightage relationships in cattle. J. Anim. Sci., 1976, v. 42. N 44, pp. 810—818.

## ВПЛИВ ГРАНУЛЬОВАНОГО КОРМУ НА ЯКІСТЬ М'ЯСА БИЧКІВ ЧОРНО-РЯБОЇ ПОРОДИ

**Н. В. Черкаська, М. О. Герасименко,**

кандидати сільськогосподарських наук

**Г. О. ГУМЕНЮК,** кандидат біологічних наук

**І. В. ЯСИНЕЦЬКА,** молодший науковий співробітник

Український науково-дослідний інститут розведення  
і штучного осіменіння великої рогатої худоби

Одним з найперспективніших шляхів вирішення проблеми годівлі м'ясних тварин є годівля повнораціонними гранулами.

Дослідженнями вітчизняних і зарубіжних авторів (К. Б. Свечін, 1961; Д. Л. Левантин, 1968; Д. Хеммонд, 1965, та ін.) доведено, що різна технологія годівлі тварин впливає не тільки на ріст, розвиток, оплату корму приростами, а також на хімічний склад м'яса та поживну й біологічну його цінність.

Метою наших досліджень було вивчення впливу згодовування гранульованого корму із сої, ячменю та кукурудзи на забійні якості тварин та хімічний склад їх м'яса.

Гранули сої і ячменю готували з рослин, скошених у стадії молочно-воскової, а кукурудзи — на початку воскової стиглості. Скошену і подрібнену масу сушили на агрегаті АВМ-0,4 і пропускали через гранулятор ОГМ-0,8.