

УДК 636.082:519.87

DOI: <https://doi.org/10.31073/abg.70.31>

СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У ТВАРИННИЦТВІ

О. С. ЧЕРНЕГА, Д. М. БАСОВСЬКИЙ, О. Д. БІРЮКОВА

Інститут розведення і генетики тварин імені М.В. Зубця НААН (Чубинське, Україна)

<https://orcid.org/00090-0004-8144-0418> – О. С. Чернега

<https://orcid.org/0000-0001-7609-2739> – Д. М. Басовський

<https://orcid.org/0000-0003-0888-662X> – О. Д. Бірюкова

dante-x@ukr.net

Представлено аналітичний огляд сучасних підходів до математичного моделювання у тваринництві. Розглянуто та порівняно механістичні, емпіричні, стохастичні, комбіновані моделі, а також моделі на основі штучного інтелекту. Особливу увагу приділено аналізу ефективності застосування моделей для прогнозування продуктивності, оцінки споживання кормів, викидів метану, моніторингу здоров'я, діагностики хвороб, а також економічної ефективності та сталого розвитку. Визначено ключові переваги і недоліки кожного підходу та перспективи розвитку, зокрема інтеграцію моделей із цифровими технологіями. Моделювання розглядається як стратегічний інструмент для цифрової трансформації галузі в умовах для підвищення ефективності тваринництва з урахуванням нових екологічних і економічних викликів.

Ключові слова: математичне моделювання, тваринництво, продуктивність, машинне навчання, гібридні моделі, екологічний моніторинг, економічна ефективність

MODERN APPROACHES TO MATHEMATICAL MODELING IN ANIMAL HUSBANDRY

O. S. Cherneha, D. M. Basovskiy, O. D. Biriukova

Institute of Animal Breeding and Genetics n.a.M.V. Zubets of NAAS (Chubynske, Ukraine)

An analytical review of modern approaches to mathematical modeling in animal husbandry is presented. Mechanistic, empirical, stochastic, combined models, as well as models based on artificial intelligence are considered and compared. Special attention is paid to the analysis of the effectiveness of the use of models for predicting productivity, assessing feed consumption, methane emissions, health monitoring, disease diagnostics, as well as economic efficiency and sustainable development. The key advantages and disadvantages of each approach and development prospects are identified, in particular the integration of models with digital technologies. Modeling is considered as a strategic tool for the digital transformation of the industry in conditions for increasing the efficiency of animal husbandry, taking into account new environmental and economic challenges.

Keywords: mathematical modeling, animal husbandry, productivity, machine learning, hybrid models, environmental monitoring, economic efficiency

Вступ. Моделювання у тваринництві є потужним інструментом для аналізу та оптимізації процесів, пов'язаних із розведенням сільськогосподарських тварин, оцінюванням і реалізацією їхнього генетичного потенціалу продуктивності, а також великомасштабною селекцією і мінімізацією екологічних впливів. Розробка та впровадження точних моделей дозволяє прогнозувати рівень продуктивності, конверсії кормів, екологічні впливи, стан здоров'я тварин, економічну ефективність господарств і перспективи розвитку. Із зростанням доступності великих обсягів первинних даних про тварин і розвитком обчислювальних технологій,

математичні моделі подекуди стають ключовим інструментом управління сучасними фермерськими господарствами (Luis Orlindo Tedeschi, 2020; Menendez et al., 2022; Ranzato et al., 2024; Bai et al., 2024).

Мета цього огляду – оцінити сучасний стан та перспективи використання математичного моделювання, а також ступеня інтеграції цифрових технологій задля виявлення тенденцій, переваг, недоліків і перспектив подальшого використання.

Матеріали та методи дослідження. Проаналізовано сучасні наукові публікації щодо впровадження математичного інструменту моделювання у практику тваринництва (прогнозування продуктивності, управління годівлею, екологічний моніторинг, діагностика захворювань тощо), з акцентом на порівняння методологічних підходів, типів моделей.

Результати досліджень.

Типи математичних моделей у тваринництві. Математичні моделі поділяються на кілька основних типів, однак для повноцінного розуміння їх ефективності доцільно не лише класифікувати, а й порівняти їхні переваги, обмеження та придатність до впровадження у різних сферах тваринництва (табл. 1).

1. Порівняння типів математичних моделей у тваринництві

Тип моделі	Основні характеристики	Переваги	Обмеження	Приклади застосування
Механістична	Описує зміни як функцію ряду параметрів за максимального рівня вірогідності	Висока точність, обґрунтованість	Складність побудови, потрібна деталізована база біологічних параметрів	Прогнозування рівня продуктивності, споживання кормів
Емпірична	Побудована на основі статистичних залежностей	Швидкість побудови, проста реалізація	Недостатня узагальненість, залежність від якості даних	Прогноз росту, оцінка ефективності стратегій, методів
Стохастична	Враховує випадковість і мінливість а біологічних параметрів	Врахування невизначеності, варіативності	Потребують великих вибірок, знання біометричних підходів	Моделювання рівня викидів метану, відтворювальної здатності
Комбінована	Поєднання кількох підходів	Гнучкість, точність	Висока складність, потреба у калібруванні	Оптимізація ефективності, адаптивне управління процесами
Нейромережі / AI	Застосування глибокого навчання або машинного навчання	Висока точність, виявлення прихованих патернів	Низька інтерпретованість, потреба у великих масивах даних	Поведінковий аналіз, діагностика, прогнозування захворювань

Механістичні моделі описують біологічні процеси як функцію ряду параметрів, які для кожного аналізованого набору даних оцінюються переважно з використанням максимальної вірогідності. Використання занадто багатьох параметрів, може призвести до дезідентифікації (Ponciano et al., 2012). Механістичні моделі демонструють високу точність у прогнозуванні фізіологічних процесів, таких як перетравлення корму чи енергетичні витрати (Tedeschi, 2019; Kebreab et al., 2023), проте мають обмежену гнучкість та потребують детального знання біології об'єкта.

Емпіричні моделі описують зміни шляхом оцінки багатьох параметрів з великого об'єму даних. Ці параметри фіксуються і повторно використовуються для нового масиву даних, при цьому параметри можна оцінити більш точно, порівняно з іншими типами моделей. Емпіричні моделі швидші у побудові й менш ресурсовитратні, проте показано (Piñeiro et al., 2019), що вони часто є надмірно залежними від якості вхідних даних і не гарантують високої точності в реальних умовах, відмінних від тренувальних. Стохастичні моделі краще враховують біологічну варіабельність, однак потребують статистичної експертизи та достатніх вибірок (Levrault et al., 2024), тому що використовують для моделювання випадкові величини, які пов'язані стохастичними залежностями.

Механістичні моделі використовуються для опису фізіологічних і біохімічних процесів організму (Tedeschi, 2019; Kebreab et al., 2023), дозволяють передбачити прирости ваги, на- дої, ефективність перетравлення кормів, споживання води. Водночас, стохастичні моделі враховують імовірнісну природу багатьох біологічних процесів, що особливо важливо для моделювання складних біосистем (Levrault et al., 2024). Одним з варіантів стохастичних мо- делей є Байєсівські моделі, що є потужним інструментом обробки невизначених або непов- них даних (Levrault et al., 2024), крім того вони здатні враховувати апіорні дані (вже відомі), що можна припустити відносно об'єкту моделювання. Крім того, така модель дозволяє онов- лювати оцінку параметрів і отримувати розподіл ймовірностей для певної ознаки.

На відміну від попередніх, комбіновані моделі поєднують в собі компоненти механіс- тичних і емпіричних моделей, що підвищує їхню адаптивність у роботі із нерівномірними даними і складними залежностями. Комбіновані моделі забезпечують баланс між точністю та гнучкістю, проте залишаються складними у калібруванні (Chen et al., 2025). Моделі, зокрема на основі глибоких нейронних мереж, показують надзвичайну ефективність у виявленні при- хованих закономірностей (Liang et al., 2020; Bai et al., 2024), але поки що отримані результа- ти залишаються важкими для інтерпретації. Їх застосування особливо перспективне у пове- дінковому аналізі, діагностиці захворювань, виявленні відхилень у великих потоках даних, де традиційні моделі демонструють зниження ефективності.

До окремої категорії комплексних адаптивних систем відноситься агент-орієнтоване або імітаційне моделювання (agent-based modeling, ABM), що використовується для моделю- вання взаємодії між окремими агентами (тваринами, фермерами, частинами середовища то- що). ABM дозволяє моделювати ситуації, що складно описати традиційними моделями (ін- дивідуальні етологічні особливості тварин, соціальну структуру стада, розповсюдження хво- роб, реакцію на зміну умов утримання тощо) (Kaniyamattam & Tedeschi, 2023).

Окреме місце серед математичних моделей у тваринництві займає метод BLUP (Best Linear Unbiased Prediction), що є прикладом комбінованих моделей. Цей підхід використову- ється для оцінювання племінної цінності тварин, дозволяючи одночасно враховувати інфор- мацію щодо родоходів, фенотипові характеристики і систематичні фактори, що забезпечує точні оцінки генетичних переваг. BLUP моделі формуються на основі змішаних моделей, де генетичні ефекти розглядаються як випадкові (Henderson, 1975). Перевагою BLUP стало його ефективне використання при обмежених даних і статистична обґрунтованість.

В Україні за допомогою методу BLUP у межах наукових досліджень вивчається рівень впливу паратипових і генетичних факторів на ознаки молочної продуктивності, відтворення, продуктивного довголіття, оцінюються генетичні параметри та племінна цінність бугаїв- плідників за цими ознаками (Ruban Danshyn, 2022), а також оцінюється племінна цінність корів (Kramarenko Potrivaeva, 2016). Також цей метод використовується для оцінювання племінної цінності тварин різних генотипів у кролівництві (Boiko et al., 2021).

Перехід до геномного BLUP (GBLUP) відкрив нові можливості за рахунок включення SNP-даних та більш точного опису генотипової структури (Nishio Satoh, 2014). VanRaden (2008) вперше запропоновано ефективні алгоритми для обчислення геномних оцінок племінної цінності (Genomic Estimated Breeding Values, GEBVs) за допомогою матриці ге- номної спорідненості. Автор запропонував метод побудови матриці G, яка замінює тра- диційну родовідну матрицю A у моделі BLUP, що дозволило напряму використовувати SNP- дані для оцінки генетичної варіативності. Цей підхід став основою для GBLUP, зробивши геномні оцінки точнішими й економічно вигідними для використання у великомасштабній селекції. Опис алгоритмічної ефективності таких обчислень забезпечив її широке впро- вадження у практиці оцінки племінної цінності у молочному скотарстві. Однак на надійність геномного прогнозу можуть впливати нерівновага зв'язку в базовій популяції та подальший відбір, які не були змодельовані.

Впровадження геномної селекції призвело до суттєвого перегляду селекційних програм у багатьох країнах (Calus et al., 2008; Kim et al., 2023). Геномно посилена оцінка буває двох

видів – одноетапна та багатоетапна. У одноетапному режимі оцінка за походженням та SNP-маркерам проходить одночасно (Kim et al., 2023). У багатоетапному режимі спершу робиться оцінка за походженням, потім за SNP-маркерами, кінцева оцінка комбінує суму ефектів обох оцінок (Misztal et al., 2009; Kachman et al., 2013). Curzon et al. (2024) досліджували ефективність використання одноетапного GBLUP для оцінювання племінної цінності в умовах невеликих популяцій великої рогатої худоби, зокрема ізраїльської популяції голштинів. Автори демонструють, що навіть у випадку обмеженої кількості геномних даних одноетапний GBLUP дозволяє досягти високої точності оцінок завдяки інтеграції даних різного походження (фенотип, родовід та SNP-маркери) в єдиній моделі. Результати мають важливе значення для національних селекційних програм, де ресурси для широкомасштабного генотипування обмежені.

Дослідники різних країн наголошують на наявності значної переваги використання сучасних ІТ-технологій у проведенні геномних досліджень для пришвидшення обробки і інтерпретації значних обсягів інформації (Warr et al., 2020; Hassan et al., 2022; Vilhekar et al., 2024). Багатовимірні байєсівські і регресійні моделі займають важливе місце серед сучасних підходів у біоінформатиці для ідентифікації асоціативних зв'язків між геномом і фенотипом. За використання байєсівського багатомаркерного повногеномного аналізу (GWAS- genome-wide association studies) репродуктивних ознак у голштинів було виявлено 19 SNP із суттєвими впливами на відтворювальні ознаки тварин, без необхідності використання поправок Бонферроні (Jabbari Turchi et al., 2024). У дослідженні ознак тривалості та ефективності господарського використання у китайських сименталів (Du et al., 2021) за використання рандомно-регресійного GWAS, що враховує динаміку зміни фенотипів у часі, вдалося ідентифікувати 37 значущих SNP-локусів (FGF4, ANGPT4 тощо). Модель mbBayesAB (Li et al., 2024) для прогнозу у мультипорідних популяціях великої рогатої худоби й свиней демонструє переваги байєсівського підходу, що забезпечує точніший прогноз, ніж традиційні GFBUP, з покращенням точності геномної селекції до ~6%.

Прогнозування продуктивності, споживання ресурсів та екологічних показників.

Сучасні екологічні виклики спричинили необхідність розробки відповідних моделей. Так, змодельовано вплив теплового стресу на надої та виділення метану (Chen et al., 2025) і продемонстровано, що через тепловий стрес знижується рівень надоїв на 8,6%, а також підвищується інтенсивність виділення метану до 6,6%. Результати моделювання переконливо свідчать про необхідність впровадження стратегій пом'якшення наслідків теплового стресу в молочних стадах задля запобігання недоотримання прибутку.

Застосування ієрархічного стохастичного підходу для оцінки емісії метану у молочному скотарстві продемонструвало здатність моделі HMR (Hierarchical Methane Rate Model) прогнозувати показники виробництва метану окремими коровами, а також популяційні ефекти (Levrault et al., 2024). Водночас, ієрархічний Байєсівський підхід, застосований у моделі, дозволив отримати більш точні прогнози виробництва метану, ніж повністю об'єднаний еквівалент, і пропонує ширші можливості застосування, ніж попередні моделі (Cécile et al., 2024). Необхідність таких досліджень зумовлена швидким збільшенням світової популяції жуйних тварин (за даними FAO FAOSTAT) і зростанням екологічних ризиків.

Kebreab et al. (2023) провели метааналіз щодо ефективності кормової добавки з 3-NOP (3-nitrooxypropanol) – речовини, яка знижує утворення метану у рубці молочної та м'ясної великої рогатої худоби. Було розроблено три моделі, а також досліджено, що пом'якшувальний ефект 3-NOP змінюється поживним складом раціону.

Багато моделей спрямовані на прогнозування продуктивності тварин, зокрема темпів росту, надоїв, репродуктивної функції (Kramarenko et al., 2017; Piñeiro et al., 2019; Ranzato et al., 2024; Marques et al., 2024).

Економічна доцільність є важливою складовою застосування моделей. De Vries et al. (2005) аналізували економічний ефект поліпшеної репродуктивної ефективності: кількість днів до першого осіменіння, кількість днів до запліднення, інтервал між отеленнями, кіль-

кість осіменіння на одне запліднення, рівень запліднення, рівень виявлення тічки та рівень вагітності. Lancaster et al. (2022) обґрунтували математичну модель, яка працює як інтегративна LCA-економічна модель, що інтегрує економічні та екологічні критерії (витрати на корми, ефективність виробництва, продуктивність та співвідношення економічної до екологічної ефективності) у системі вирощування телят. Моделювання показало, що оптимізація показників (ефективність годівлі, збільшення врожайності кормових культур на пасовищах) може суттєво підвищити як економічну, так і екологічну сталість системи.

Прогнозування економічної ефективності використання кормів у різних галузях тваринництва. Економічна ефективність тваринництва визначається оптимальним балансом між підвищенням продуктивності та зниженням витрат на процес розведення тварин, що важливо передбачати за кожних конкретних умов господарювання. Питання годівлі тісно пов'язане з ефективністю господарств. На перевищення доходу над витратами на корми впливають фізіологічний стан і спадковість корів, а також рівень метаболізму, функція травлення і управління годівлею стада. Моделювання ефективності виробництва молока враховує велику кількість чинників, що впливають на ефективність його виробництва, а також індивідуальну мінливість здатності перетравлювати однаковий раціон, формуючи показник кількості енергії реалізованої у молоко (Bach et al., 2020).

Lancaster et al. (2022) підтверджують високу точність математичних моделей у передбаченні ефективності використання кормів. Їх модель CVDS (Cattle Value Discovery System beef cow) для корів м'ясних порід досить добре оцінила параметр накопичення метаболічної енергії та біологічну ефективність корів різних генотипів у різних умовах харчування. Однак, прогнозування надоїв молока від корів та споживання корму телятами було неточним, а самі дослідники резюмували, що потрібно краще врахувати варіації чистої та метаболізованої енергії, що необхідна для підтримання життєдіяльності та лактації.

У свиначстві процес діджиталізації, що триває, включає пристрої, програмне забезпечення, системи, стандартні операційні процедури, комунікації та аналітику, що дозволяє збирати та використовувати велику кількість даних для побудови математичних моделей. Здійснено моделювання зміни росту свиней у відповідь на зміни умов годівлі, а також описали процес моделювання (Píñeiro et al., 2019) зміни ваги свиней. Моделювання ефективності конверсії корму проводилося для поросят та основних свиноматок з урахуванням кращої адаптації стратегій годівлі, підвищення ефективності використання кормів, а також зменшення впливу свиначства на навколишнє середовище (Brossard et al., 2017).

Moss et al. (2021) наголошують на точному годуванні бройлерів як новому підході, що базується на індивідуальних потребах, спираючись на моделі для точного харчування (Pesti, Miller 1997). Інтеграція в галузь може вимагати менших інвестицій, оскільки виробники вже частково запроваджували змішану технологію у кормо виробництві. Додавання до системи годівлі режиму точного харчування може стати парадигмою змін у формуванні кормів, необхідною для забезпечення майбутніх засобів підвищення ефективності та стійкості галузі птиківництва у частині виробництва курячого м'яса та задоволення зростаючого світового попиту на тваринний білок.

Існуючий потенціал системного мислення щодо обробки великих обсягів даних для побудови точних моделей споживання кормів і перетворення енергії використовується не повною мірою у практиці тваринництва, обмежуючись експериментальними дослідженнями (Tedeschi, 2019). Науковець вважає, що успіх у майбутньому математичного моделювання може залежати від розробки перероблених моделей, які можуть інтегрувати існуючі технологічні досягнення в аналітиці даних, щоб скористатися перевагами накопичених наукових знань, що в свою чергу, спонукатиме необхідність створення нових технологій для збору та аналізу даних.

Використання методів машинного навчання та нейронних мереж. У сучасному тваринництві методи штучного інтелекту та машинного навчання дедалі ширше застосовуються для автоматизації діагностики, моніторингу стану здоров'я тварин, прогнозування

продуктивності та оптимізації процесів. Методи машинного навчання відіграють дедалі важливішу роль у тваринництві, особливо в контексті обробки великих даних, точного моніторингу та прийняття управлінських рішень у режимі реального часу. Їх ефективність особливо проявляється у вирішенні завдань прогнозування, етологічного аналізу, діагностики стресу та автоматизованого контролю за станом здоров'я тварин. Класичні моделі на основі методів Support Vector Machines (SVM) та дерев рішень успішно використовуються для класифікації захворювань, вони дають можливість швидкої обробки даних і інтерпретації результатів (Ankinakatte et al., 2013) в умовах обмежених ресурсів.

Аналізуючи літературні джерела щодо використання технології нейромереж для досліджень у медицині або експериментальній біології, науковці дійшли висновку, що використання можливостей штучного інтелекту для молекулярно-генетичних досліджень у тваринництві є актуальним і перспективним (Liadskyi, 2024).

Моделі на базі глибокого навчання мають високу точність, однак потребують великих обсягів якісно структурованих даних, що обмежує їх використання у практиці господарств. Байєсівські та ансамблеві методи, такі як XGBoost, пропонують баланс між точністю, інтерпретованістю та швидкістю навчання. Ансамблеві методи, зокрема XGBoost, виявили високу ефективність у моделюванні складних нелінійних зв'язків у великих наборах табличних даних, у широкому спектрі завдань, де наявні неоднорідні за якістю вибірки (Bai et al., 2024). У ситуаціях, де доступні візуальні або відеодані, доцільно використовувати глибокі нейронні мережі. Вони дозволяють аналізувати поведінку тварин, виявляти ознаки стресу або змін у фізіологічному стані з високим рівнем точності (Ranzato et al., 2024; Bai et al., 2024).

Байєсівські моделі демонструють гнучкість у роботі з неповними або невизначеними даними, що особливо актуально для польових умов, де часто бракує повної інформації (Levrault et al., 2024). Вони дозволяють адаптуватися до змінних умов і уточнювати прогноз зі збільшенням даних.

У молочному скотарстві найбільше застосування знайшли моделі прогнозування маститу та лактаційних кривих (Ankinakatte et al., 2013), зокрема точність виявлення маститів значно підвищилася завдяки комплексному використанню кількох індикаторних систем різного рівня надійності. У свинарстві акцент зроблено на прогноз росту та терморегуляції поросят (Gorczyca et al., 2018; Planisic et al., 2024) та прогнозування стану теплового комфорту тварин. Чотири алгоритми machine learning були навчені прогнозувати показники температури, а “Deep neural networks”, “gradient boosted machines” та “random forests” – виявилися найкращими алгоритмами, у яких похибки за використання модальних значень, становили 0,36% для ректальної температури, 0,62% для температури поверхні шкіри та 1,35% для температури поверхні волосяного покриву.

У птахівництві основна увага приділяється аналізу активності та споживання кормів (Moss et al., 2021) та використання сучасних технологій точного годування для складання нового раціону на кожен день виробничого циклу, а отже, і зниження витрат на корми. Усі ці підходи дозволяють моделювати складні біологічні зв'язки між фізіологією, поведінкою і впливом паратипових чинників.

Автоматизований моніторинг, поведінкове моделювання та рання діагностика. Особливої уваги заслуговують інтегровані системи + що поєднують сенсорні платформи (IoT – Internet of Things) з алгоритмами машинного навчання (ML – Machine learning), для безперервного онлайн-моніторингу тварин. Такі системи дозволяють в режимі реального часу відстежувати фізіологічні параметри, виявляти ранні ознаки захворювань і приймати оперативні рішення (Tangorra et al., 2024; Terence al., 2024), забезпечуючи адаптивне управління умовами утримання.

Моніторингові дослідження поведінки тварин дають можливість ранньої діагностики фізіологічного стану, здоров'я, добробуту тварин. Williams et al. (2016) використали GPS-дані для створення моделей поведінки на пасовищах, що дозволяє оптимізувати графіки випасу. Модель дає можливість використовувати етологічні характеристики для відстеження

часових змін у поведінці молочних корів, що утримуються на пасовищах і страждають від захворювань. Це дає змогу отримати ще один засіб більш ранньої діагностики захворювань. Сучасні моделі об'єднують автоматизовані системи збору даних (сенсори, GPS, відеоспостереження, IoT-пристрої) з аналітичними алгоритмами, що дозволяє проводити точний моніторинг поведінки, здоров'я, фізіологічних параметрів тварин і оперативно виявляти відхилення. Наприклад, «комп'ютерне бачення» забезпечує аналіз цілодобової активності тварин (Bai et al., 2024) за рахунок використання моделі глибокого навчання YOLO (You Only Look Once - виявлення об'єктів на зображеннях у реальному асі). Впровадження у виробництво такого інструмента сприяє вирішенню проблем, що виникають у молочних фермах з великою кількістю поголів'я, для виявлення індивідуальних проблем тварин, що потребують корекції. У таких комплексних системах сенсори забезпечують контроль температури і руху (Gorczyca et al., 2018; Planisic et al., 2024), а IoT-платформи - віддалений доступ до фізіологічних даних (Silva et al., 2024). Системи, що поєднують відеоаналітику з мультимодальним збором даних, дозволяють моделювати поведінку, споживання кормів або ознаки болю. Застосування цих технологій значно розширює можливості ранньої діагностики, прогнозу захворювань, а також надає змогу ефективного менеджменту стада.

Висновки. Вибір моделі залежить, значною мірою, від поставленої мети: для прогнозування споживання кормів у стабільних умовах ефективними є механістичні моделі, у вивченні поведінки або діагностиці хвороб оптимальними є моделі на основі нейронних мереж, а в умовах невизначеності більш ефективними будуть стохастичні та комбіновані моделі. Найбільш перспективними є комбіновані моделі, що поєднують врахування закономірностей біологічних процесів в організмі тварин з гнучкістю машинного навчання, системи автоматизованого моніторингу з використанням IoT та відеоаналітики, а також адаптивні економіко-екологічні моделі. Найефективнішими є ті підходи, які забезпечують високий ступінь персоналізації, стійкість до змін умов, інтерпретованість результатів і можливість інтеграції з менеджментом стада у реальному часі. Підвищення точності, зменшення впливу на довкілля, оптимізація ресурсів і добробут тварин визначають ключові критерії успішності сучасних моделей. Таким чином, математичне моделювання не лише підвищує ефективність виробництва, але й стає основою для цифрової трансформації агросектору в умовах екологічних та економічних викликів.

У найближчому майбутньому основними запитам для ефективності моделювання залишаються точність, адаптивність та інтерпретованість моделей, а також інтеграція даних із різних джерел. Проте, з урахуванням поточних темпів розвитку, математичне моделювання вже сьогодні виступає як один із головних інструментів трансформації тваринництва в ефективну, сталу та науково обґрунтовану галузь аграрного сектору.

REFERENCES

- Aherin, D. G., Weaber, R. L., Pendell, D. L., Heier Stamm, J. L., Larson, R. L. (2023). Stochastic, individual animal systems simulation model of beef cow-calf production: development and validation, *Translational Animal Science*, 7, 1, txac 155. <https://doi.org/10.1093/tas/txac155>
- Alex Bach, Marta Terré, Maria Vidal. (2020). Symposium review: Decomposing efficiency of milk production and maximizing profit. *Journal of Dairy Science*, 103(6), 5709–5725. <https://doi.org/10.3168/jds.2019-17304>
- Ankinakatte, S., Norberg, E., Løvendahl, P., Edwards, D., Højsgaard, S. (2013). Predicting mastitis in dairy cows using neural networks and generalized additive models: A comparison. *Computers and Electronics in Agriculture*, 99, 1–6. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2013.08.024>
- Bai, Q., Gao, R., Li, Q., Wang, R., Zhang, H. (2024). Recognition of the behaviors of dairy cows by an improved YOLO. *Intell, Robot*, 4(1), 1–19. <http://dx.doi.org/10.20517/ir.2024.01>
- Baldin, G. C., Hildebrand, C., Larson, R. L., & Lancaster, P. A. (2024). Evaluation and Development of a Nutrition Model to Predict Intake and Growth of Suckling Calves. *Ruminants*, 4(1), 47–78. <https://doi.org/10.3390/ruminants4010004>

- Baudracco, J., Lopez-Villalobos, N., Holmes, C. W., Comeron, E. A., Macdonald, K. A., Barry, T. N. (2013). e-Dairy: a dynamic and stochastic whole-farm model that predicts biophysical and economic performance of grazing dairy systems. *Animal*, 7, 5, 870–878. <https://doi.org/10.1017/S1751731112002376>
- Baudracco, J., Lopez-Villalobos, N., Holmes, C. W., Comeron, E. A., Macdonald, K. A., Barry, T. N., Friggens, N. C. (2012). e-Cow: an animal model that predicts herbage intake, milk yield and live weight change in dairy cows grazing temperate pastures, with and without supplementary feeding. *Animal*, 6, 6, 980–993. <https://doi.org/10.1017/S1751731111002370>
- Bevilaqua, J. R., Rodrigues, N. N., Rossi, G. F., Pupin, M. A. F., Silva, M. O., Borges, M. S., Fernandes, L. G., Mercadante, M. E. Z., Monteiro, F. M., Oliveira, M. E. F. (2022). Effect of follicular wave stage on potential fertility predictors and their repeatability coefficient in prepubertal *Bos indicus* (Nelore) and *Bos taurus* (Caracu) heifers. *Animal*, 17(2), 100678. <https://doi.org/10.1016/j.animal.2022.100678>
- Boiko, O. V., Honchar, O. F., Havrysh, O. M., Shevchenko, Ye. A. (2021). *Otsinka plemynnoi tsinnosti samtsiv kroliv porody poltavske sriblo za metodom BLUP. Metodychni rekomendatsii*. [Evaluation of the Breeding Value of Poltava Silver Rabbit Males Using the BLUP Method. Methodical Recommendations]. Cherkaska doslidna stantsiia bioresursiv NAAN. [In Ukrainian]
- Bruijn, M. R. N., Hogeveen, H., Stassen, E. N. (2010). Assessing economic consequences of foot disorders in dairy cattle using a dynamic stochastic simulation model. *Journal of Dairy Science*, 93, 2419–2432. <https://doi.org/10.3168/jds.2009-2721>
- Bryant, J., López-Villalobos, N., Holmes, C., Pryce, J. (2005). Simulation modelling of dairy cattle performance based on knowledge of genotype, environment and genotype by environment interactions: current status. *Agricultural Systems*, 86, 2, 121–143. <https://doi.org/10.1016/j.agsy.2004.09.004>
- Brossard Ludovic, Dourmad Jean-Yves, Garcia-Launay Florence, van Milgen J. (2017). Modelling nutrient requirements for pigs to optimize feed efficiency. *Achieving sustainable production of pig meat*, 2, 185–208. <https://doi.org/10.19103/AS.2017.0013.10>
- Calus, M. P. L., Meuwissen, T. H. E., de Roos, A. P. W., Veerkamp, R. F. (2008). Accuracy of Genomic Selection Using Different Methods to Define Haplotypes. *Genetics*, 178, 553–561. <https://doi.org/10.1534/genetics.107.080838>
- Cécile M. Levraut, Nico W. M. Ogink, Jan Dijkstra, Peter W. G. Groot Koerkamp, Kelly Nichols, Fred A. Van Eeuwijk, Carel F. W. Peeters. (2024) Modelling methane production of dairy cows: A hierarchical Bayesian stochastic approach. *Computers and Electronics in Agriculture*, 228, 109683. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2024.109683>
- Chen, L., Thorup, V. M., Østergaard, S. (2025). Modeling the effects of heat stress on production and enteric methane emission in high-yielding dairy herds. *Journal of Dairy Science*, 108, 4, 3956–3964. <https://doi.org/10.3168/jds.2024-25460>
- Chiumenti, A., da Borso, F., Chiumenti, R., Kic, P. (2020). Applying a Mathematical Model to Compare, Choose, and Optimize the Management and Economics of Milking Parlors in Dairy Farms. *Agriculture*, 10(10), 472. <https://doi.org/10.3390/agriculture10100472>
- Curzon, A. Y., Ezra, E., Weller, J. I. et al. (2024). Single-step genomic BLUP (ssGBLUP) effectively models small cattle populations: lessons from the Israeli-Holstein Herdbook. *BMC Genomics*, 25, 1147. <https://doi.org/10.1186/s12864-024-11074-8>
- De Oliveira, F. M., Ferraz, F. P., Ferraz, G. A. e. S., Pereira, M. N., Barbari, M., & Rossi, G. (2025). Prediction of Body Mass of Dairy Cattle Using Machine Learning Algorithms Applied to Morphological Characteristics. *Animals*, 15(7), 1054. <https://doi.org/10.3390/ani15071054>
- De Vries, A., van Leeuwen, J., Thatcher, W. (2019) Economics of Improved Reproductive Performance in Dairy Cattle. *EDIS*. 2005(9). <https://doi.org/10.32473/edis-an156-2005>
- Du, L., Duan, X., An, B., Chang, T., Liang, M., Xu, L., Zhang, L., Li, J., E, G., & Gao, H. (2021). Genome-Wide Association Study Based on Random Regression Model Reveals Candidate

- Genes Associated with Longitudinal Data in Chinese Simmental Beef Cattle. *Animals*, 11(9), 2524. <https://doi.org/10.3390/ani11092524>
- Džermeikaitė, K., Krištolaitytė, J., Antanaitis, R. (2025). Application of Machine Learning Models for the Early Detection of Metritis in Dairy Cows Based on Physiological, Behavioural and Milk Quality Indicators. *Animals*, 15(11), 1674. <https://doi.org/10.3390/ani15111674>
- Eckhardt, R., Arablouei, R., Ingham, A., McCosker, K., Bernhardt, H. (2025). Livestock behaviour forecasting via generative artificial intelligence. *Smart Agricultural Technology*, 11, 100987, <https://doi.org/10.1016/j.atech.2025.100987>
- FAOSTAT – URL: <https://www.fao.org/faostat>
- Giordano, J. O., Fricke, P. M., Wiltbank, M. C., Cabrera, V. E. (2011). An economic decision-making support system for selection of reproductive management programs on dairy farms. *Journal of Dairy Science*, 94, 12, 6216–6232. <https://doi.org/10.3168/jds.2011-4376>
- Gorczyca, M. T., Milan, H. F. M., Maia, A. S. C., Gebremedhin, K. G. (2018). Machine learning algorithms to predict core, skin, and hair-coat temperatures of piglets. *Computers and Electronics in Agriculture*, 151, 286–294. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2018.06.028>
- Grohmann, C. J., Decker, J. E. (2024). From reactive to proactive: impact of artificial intelligence on management and selection of livestock. *Animal Frontiers*, 14, 6, 64–67. <https://doi.org/10.1093/af/vfae029>
- Hassan, M., Awan, F. M., Naz, A., deAndrés-Galiana, E. J., Alvarez, O., Cernea, A., Fernández-Brillet, L., Fernández-Martínez, J. L., & Kloczkowski, A. (2022). Innovations in Genomics and Big Data Analytics for Personalized Medicine and Health Care: A Review. *Int. J. Mol. Sci.*, 23 (9), 4645. <https://doi.org/10.3390/ijms23094645>
- Henderson, C. R. (1975). Best Linear Unbiased Estimation and Prediction under a Selection Model. *Biometrics*, 31(2), 423–447. <https://doi.org/10.2307/2529430>
- Huang, Q., Wohlgemut, O., Cicek, N., France, J., Kebreab, E. (2010). A mechanistic model for simulating methane emissions from unstirred liquid manure storages. *Canadian Journal of Soil Science*, 90 (3). <https://doi.org/10.4141/CJSS09094>
- Jabbari Turchi, J., Alijani, S., Rafat, S. A., & Abbasi, M. A. (2024). Bayesian-genome-wide association study and post-GWAS on reproductive traits of Holstein dairy cattle. *Journal of Dairy Research*, 91(2), 146–155. <https://doi.org/10.1017/S0022029924000414>
- Johnson, A. C. B., Reed, K. F., Kebreab, E. (2016). Evaluation of nitrogen excretion equations from cattle. *Journal of Dairy Science*, 99(9), 7669–7678. <https://doi.org/10.3168/jds.2015-10730>
- Kachman, S. D., Spangler, M. L., Bennett, G. L., Hanford, K. J., Kuehn, L. A., Snelling, W. M et al. (2013). Comparison of molecular breeding values based on within- and across-breed training in beef cattle. *Genet. Sel. Evol.*, 45. P. 30. <https://doi.org/10.1186/1297-9686-45-30>
- Kaniyamattam Karun, Tedeschi Luis, O. (2023). ASAS-NANP symposium: mathematical modeling in animal nutrition: agent-based modeling for livestock systems: the mechanics of development and application. *Journal of Animal Science*, 101, 2023, skad321, <https://doi.org/10.1093/jas/skad321>
- Kanwal, A., Wang, S., Sabir, K., Liu, W. (2025). Livestock Growth: Machine Learning Review of the Literature. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=5225771> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.5225771>
- Kebreab Ermias, Bannink André, Pressman Eleanor May, Walker Nicola, Karagiannis Alexios, van Gastelen Sanne, Dijkstra Jan. (2023). A meta-analysis of effects of 3-nitrooxypropanol on methane production, yield, and intensity in dairy cattle. *Journal of Dairy Science*, 106(2), 927–936. <https://doi.org/10.3168/jds.2022-22211>
- Kim, E., Kang, H., Myung, Ch., Kim, J., Sun, D., Lee, D., Lee, S., Lim, H. (2023). Comparison on genomic prediction using pedigree BLUP and single step GBLUP through the Hanwoo full-sib family. *Animal Bioscience*, 36(9), 1327–1335. <https://doi.org/10.5713/ab.22.0327>
- Kramarenko, S. S. (2008). Novi metody matematychnoho modeliuvannia laktatsiinykh kryvykh za dopomohoiu interpoliatsii [New Methods of Mathematical Modeling of Lactation Curves Using

- Interpolation]. *Novitni tekhnolohii skotarstva u XXI stolitti*, materialy mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii (Mykolaiv, 4–6 veresnia 2008). (159-164). Mykolaiv. [In Ukrainian]
- Kramarenko, S. S., Kuzmichova, N. I., Kramarenko, O. S. (2017). Modeliuvannia laktatsiinykh kryvykh molochnykh koriv za dopomohoiu analizu holovnykh komponent (PCA) [Modeling Lactation Curves of Dairy Cows Using Principal Component Analysis (PCA)] *Visnyk ahrarnoi nauky Prychornomia – Bulletin of Agricultural Science of the Black Sea Region*, 4, 115–125. [In Ukrainian] http://nbuv.gov.ua/UJRN/vanp_2017_4_15
- Kramarenko, S. S., Potryvaieva, O. I. (2016). Vykorystannia liniinykh modelei (BLUP) dlia otsinky plemynnoi tsinnosti koriv za molochnoi produktivnistiu [Application of Linear Models (BLUP) for Evaluating the Breeding Value of Cows Based on Milk Productivity] *Visnyk ahrarnoi nauky Prychornomia – Bulletin of Agricultural Science of the Black Sea Region*, 2(2), 187–192. [In Ukrainian] [http://nbuv.gov.ua/UJRN/vanp_2016_2\(2\)_26](http://nbuv.gov.ua/UJRN/vanp_2016_2(2)_26)
- Lancaster, P. A., Davis, M. E., Tedeschi, L. O., Rutledge, J. J., Cundiff, L. V. (2022). A mathematical nutrition model adequately predicts beef and dairy cow intake and biological efficiency. *Translational Animal Science*, 6 (1), txab230. DOI: 10.1093/tas/txab230
- Lancaster, P. A., & Larson, R. L. (2022). Evaluation of Strategies to Improve the Environmental and Economic Sustainability of Cow–Calf Production Systems. *Animals*, 2(3), 385. <https://doi.org/10.3390/ani2030385>
- Li, W., Zhang, M., Du, H., Wu, J., Zhou, L., & Liu, J. (2024). Multi-Trait Bayesian Models Enhance the Accuracy of Genomic Prediction in Multi-Breed Reference Populations. *Agriculture*, 14(4), 626. <https://doi.org/10.3390/agriculture14040626>
- Liadyskiy, I. K. (2024). Vykorystannia shtuchnoho intelektu dlia optymizatsii henetychnykh doslidzhen [Using artificial intelligence to optimize genetic research] *Rozvedennia i henetyka tvaryn – Animal Breeding and Genetics*. Kyiv, 67, 85–92. [In Ukrainian] <https://doi.org/10.31073/abg.67.09>
- Liseune, A., Salamone, M., Van den Poel, D., van Ranst, B., Hostens, M. (2021). Predicting the milk yield curve of dairy cows in the subsequent lactation period using deep learning. *Computers and Electronics in Agriculture*, 180, 105904. https://doi.org/10.2527/2003.8112_suppl_2E255x
- Marques, T. C., Marques, L. R., Fernandes, P. B., de Lima, F. S., Paim, T. P., Leão, K. M. (2024). Machine Learning to Predict Pregnancy in Dairy Cows: An Approach Integrating Automated Activity Monitoring and On-Farm Data. *Animals*, 14(11), 1567. <https://doi.org/10.3390/ani14111567>
- Martin, O., Sauvant, D. (2007). Dynamic model of the lactating dairy cow metabolism. *Animal*, 1 (8), 1143–1166. <https://doi.org/10.1017/S1751731107000377>
- Menendez, H. M., Brennan, J. R., Gaillard, C., Ehler, K., Quintana, J., Neethirajan, S., Remus, A., Jacobs, M., Isabelle, A. M. A. Teixeira, Turner, B. L., Tedeschi, L. O. (2022). ASAS–NANP Symposium: Mathematical Modeling in Animal Nutrition: Opportunities and challenges of confined and extensive precision livestock production. *Journal of Animal Science*, 100 (6), skac160. <https://doi.org/10.1093/jas/skac160>
- Mia, N., Sarker, T., Halim, M., Alam, A., Ali, M., Rahman, M., Hashem, M. (2025). Machine learning overview and its application in the livestock industry. *Meat Research*, 5(1). <https://doi.org/10.55002/mr.5.1.109>
- Mia, N., Sarker, T., Halim, M., Alam, A., Ali, M., Rahman, M., & Hashem, M. (2025). Machine learning overview and its application in the livestock industry. *Meat Research*, 5(1). <https://doi.org/10.55002/mr.5.1.109>
- Misztal, I., Legarra, A., Aguila, I. (2009). Computing procedures for genetic evaluation including phenotypic, full pedigree, and genomic information. *Journal of Dairy Science*, 92 (9), 4648–4655. <https://doi.org/10.3168/jds.2009-2064>
- Misztal Ignacy, Tsuruta Shogo, Lourenco Daniela, Masuda Yutaka. (Last edit 2022). *Manual for BLUPF90 family of programs*. University of Georgia, USA. https://nce.ads.uga.edu/html/projects/programs/docs/blupf90_all8.pdf

- Moss, A. F., Chrystal, P. V., Cadogan, D. J., Wilkinson, S. J., Crowley, T. M., & Choct, M (2021). Precision feeding and precision nutrition: a paradigm shift in broiler feed formulation?. *Animal Bioscience*, 34(3), 354–362. <https://doi.org/10.5713/ab.21.0034>
- Nishio, M, Satoh, M. (2014). Including Dominance Effects in the Genomic BLUP Method for Genomic Evaluation. *PLoS ONE*, 9(1), e85792. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0085792>
- Pavlova, K., Trichkova-Kashamova, E., & Dimitrov, S. (2024). Applying a Mathematical Model for Calculating the Ideal Nutrition for Sheep. *Mathematics*, 12(8), 1270. <https://doi.org/10.3390/math12081270>
- Pesti, G. M., Miller, B. R. (1997) Modelling for precision nutrition. *J Appl Poult Res*, 6, 483–94. <https://doi.org/10.1093/japr/6.4.483>
- Piñeiro Carlos, Morales Joaquín, Rodríguez María, Aparicio María, Manzanilla Edgar García, Koketsu Yuzo. (2019). Big (pig) data and the internet of the swine things: a new paradigm in the industry. *Animal Frontiers*, 9 (2), 6–15. <https://doi.org/10.1093/af/vfz002>
- Ponciano, J. M., Burleigh, J. G., Braun, E. L., Taper, M. L. (2012). Assessing parameter identifiability in phylogenetic models using data cloning. *Systematic Biology*, 61 (6), 955–72. <https://doi.org/10.1093/sysbio/sys055>
- Ranzato, G., Aernouts, B., Lora, I., Adriaens, I., Ben Abdelkrim, A., Gote, M. J., Cozzi, G. (2024). Comparison of 3 mathematical models to estimate lactation performance in dairy cows *Journal of Dairy Science*, 107 (9), 6888–6901. <https://doi.org/10.3168/jds.2023-24224>
- Rodriguez-Obando, D. J., Castro-Rincón, E., Castaño-Marin, A. M., Montes-Vergara, J. C., Rosero, N. (2022). Data-driven dynamical modeling of dairy production oriented to herd management. *IFAC-PapersOnLine*, 55 (10), 1441–1446. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.09.593>
- Ruban, S., & Danshyn, V. (2022). Assessment of the genetic parameters and breeding value of bulls-producers of the Ukrainian black speckled milky breed by the main characteristics. *Animal Science and Food Technology*, 13(4), 50–58. [https://doi.org/10.31548/animal.13\(4\).2022.50-58](https://doi.org/10.31548/animal.13(4).2022.50-58)
- Sanjo Jose, V., Sejian Veerasamy, Bagath Madijagan, Ratnakaran Athira, P., Lees Angela, M., Al-Hosni Yaqoub, A. S., Sullivan Megan, Bhatta Raghavendra, Gaughan John, B. (2016). Modeling of Greenhouse Gas Emission from Livestock. *Frontiers in Environmental Science*, 4. <https://doi.org/10.3389/fenvs.2016.00027>
- Shahinfar, S., Khansefid, M., Haile-Mariam, M., Pryce, J. E. (2021). Machine learning approaches for the prediction of lameness in dairy cows. *Animal*, 15 (11), 100391. <https://doi.org/10.1016/j.animal.2021.100391>
- Shalloo, L., Dillon, P., Rath, M., Wallace, M. (2004). Description and Validation of the Moorepark Dairy System Model. *Journal of Dairy Science*, 87 (6), 1945–1959. [https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302\(04\)73353-6](https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302(04)73353-6)
- Silveira, R. M. F., Façanha, D. A. E., McManus, C. M., Ferreira, J., da Silva, I. J. O. (2023). Machine intelligence applied to sustainability: A systematic methodological proposal to identify sustainable animals. *Journal of Cleaner Production*, 420, 138292. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2023.138292>
- Souza, V. C., Moraes, L. E., Baumgard, L. H., Santos, J. E. P., Mueller, N. D., Rhoads, R. P., Kebreab, E. (2023). Modeling the effects of heat stress in animal performance and enteric methane emissions in lactating dairy cows. *Journal of Dairy Science*, 106, 4725–4737. <https://doi.org/10.3168/jds.2022-22658>
- Swinkels, J. M., Leach, K. A., Breen, J. E., Payne, B., White, V., Green, M. J., Bradley, A. J. (2021). Randomized controlled field trial comparing quarter and cow level selective dry cow treatment using the California Mastitis Test. *Journal of Dairy Science*, 104 (8), 9063–9081. <https://doi.org/10.3168/jds.2020-19258>
- Tangorra, F. M., Buoio, E., Calcante, A., Bassi, A., & Costa, A. (2024). Internet of Things (IoT): Sensors Application in Dairy Cattle Farming. *Animals*, 14(21), 3071. <https://doi.org/10.3390/ani14213071>

- Tedeschi, L. O., Menendez, H. M. (2020). Chapter 25 – Mathematical modeling in animal production. *Animal Agriculture, Sustainability, Challenges and Innovations*, 431–453. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-817052-6.00025-2>
- Tedeschi, L. O., Menendez, H. M., Remu, A. (2023). ASAS-NANP SYMPOSIUM: Mathematical Modeling in Animal Nutrition: Training the Future Generation in Data and Predictive Analytics for Sustainable Development. A Summary of the 2021 and 2022 Symposia. *Journal of Animal Science*, 101, skad318. <https://doi.org/10.1093/jas/skad318>
- Tedeschi, L. O. (2019). ASN-ASAS Symposium: Future of Data Analytics in Nutrition: Mathematical Modeling in Ruminant Nutrition. *Journal of Animal Science*, 97(5), 1921–1944. <https://doi.org/10.1093/jas/skz092>
- Terence, S., Immaculate, J., Raj, A., Nadarajan, J. (2024). Systematic Review on Internet of Things in Smart Livestock Management Systems. *Sustainability*, 16(10), 4073. <https://doi.org/10.3390/su16104073>
- Thompson Jake, S., Green Martin, J., Hyde Robert, Bradley Andrew, J., O'Grady Luke. (2023). The use of machine learning to predict somatic cell count status in dairy cows post-calving. *Frontiers in Veterinary Science*, 10. <https://doi.org/10.3389/fvets.2023.1297750>
- VanRaden, P. M. (2008). Efficient Methods to Compute Genomic Predictions. *Journal of Dairy Science*, 91(11), 4414–4423. <https://doi.org/10.3168/jds.2007-0980>
- Vilhekar, R. S., & Rawekar, A. (2024). Artificial Intelligence in Genetics. *Cureus*, 16 (1). <https://doi.org/10.7759/cureus.52035>
- Warr, A., Affara, N., Aken, B., Beiki, H., Bickhart, D., Billis, K., Chow, W., Eory, L., Finlayson, H., Flicek, P., Girón, C., Griffin, D., Hall, R., Hannum, G., Hourlier, T., Howe, K., Hume, D., Izuogu, O., Kim, K., Archibald, A. (2020). An improved pig reference genome sequence to enable pig genetics and genomics research. *GigaScience*, 9 (6). <https://doi.org/10.1093/gigascience/giaa051>
- Wang, M., Li, S., Peng, R., Räisänen, S. E., Serviento, A. M., Sun, X., Wang, K., Yu, F., Niu, M. (2024). Learning end-to-end respiratory rate prediction of dairy cows from red, green, and blue videos. *Journal of Dairy Science*, 107 (11), 9862–9874. <https://doi.org/10.3168/jds.2023-24601>
- Wellock, I. J., Emmans, G. C., Kyriazakis, I. (2003). Modelling the effects of thermal environment and dietary composition on pig performance: model testing and evaluation. *Animal Science*, 77(2), 267–276. <https://doi.org/10.1017/S1357729800059002>
- White Robin, R., Capper Judith, L. (2014). Precision diet formulation to improve performance and profitability across various climates: Modeling the implications of increasing the formulation frequency of dairy cattle diets. *Journal of Dairy Science*, 97(3), 1563–1577. <https://doi.org/10.3168/jds.2013-6859>
- Williams, M. L., Mac Parthaláin, N., Brewer, P., James, W. P. J., Rose, M. T. (2016). A novel behavioral model of the pasture-based dairy cow from GPS data using data mining and machine learning techniques. *Journal of Dairy Science*, 99(3), 2063–2075. <https://doi.org/10.3168/jds.2015-10254>

Одержано редколегією 03.07.2025 р.

Прийнято до друку 21.08.2025 р.